

利用

物理信息背景定向薛定谔断层成像技术进行室内气流成像

Arjun Teh^{*1}, Wael H. Ali[†], Joshua Rapp[†], and Hassan Mansour[†]

^{*} Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, USA

[†] Mitsubishi Electric Research Laboratories, Cambridge, MA, USA

摘要—我们开发了一个框架，利用背景定向施来尼 (BOS) 测量和物理信息重建技术，从单一视角进行非侵入式室内体积气流估计。我们的框架使用一个将图案投影到目标后墙的光投影仪以及观察光图案中微小畸变的摄像机。尽管单视角 BOS 断层扫描问题是严重不适定的，但我们的提议框架通过以下方法解决了这一问题：(1) 改进的光线追踪，(2) 基于物理的光照渲染方法和损失公式化，以及 (3) 使用物理信息神经网络 (PINN) 进行基于物理的正则化，以确保重建的气流与浮力驱动流动的基本方程保持一致。

I. 介绍

理解室内空间中的气流对于提高供暖、通风和空调 (HVAC) 系统的舒适性和效率至关重要 [1, 2]。然而，三维 (3D) 气流感知具有挑战性，因为硬件传感器仅测量传感器周围的局部区域 [3]。

一种有前景的成像技术是背景导向谢勒层析成像 (BOS)，它使用图案化的背景图像来观察由于透明介质折射率变化而引起的畸变 [4–8]。虽然 BOS 对于高空间分辨率的气体流动定量测量非常有效，但是断层扫描反问题只有在有足够的视角数量时才能很好地定义 [9–12]。

在这项工作中，我们结合了几项最近在折射场层析成像方面的进展，以实现从单个摄像机视角对房间规模场景的三维气流重建。首先，我们使用一个物理信息神经网络 (PINN) 框架 [13] 作为正则化器，确保重建的场符合管理气流的偏微分方程 (PDEs)。这种方法类似于在 [12, 14–17] 中提出的那些方法，但首次应用于单视角房间规模设置中。此外，我们采用了改进的光线追踪技术，并根据折射辐射传输方程 (RRTE) [18, 19] 采用基于物理的渲染方法。我们还探讨了使用光源将图案投射到墙上 [20] 的应用，这可能比固定背景更实用。这份扩展摘要概述了我们的方法，这项工作的完整版本 [21] 将于 2025 年在 ICASSP 的会议记录中出现。

II. BOS 成像配方

A. 气流成像设置

我们考虑一个 BOS 成像场景，其中包括一间充满空气的房间、一台相机以及带有图案的背景墙或能将图案投影到后墙上的光源，如图 1(a) 所示。当没有空气流动时，相机捕捉到后墙图案的参考图像 I_{ref} 。当侧壁的进气口将气流吹入房间时，由于空气密度的变化导致其折射率出现梯度 η ，捕获的图像 I_{now} 出现失真，如 Gladstone–Dale 方程 $\eta = 1 + G\rho$ 所描述的那样，其中 G 是 Gladstone–Dale 系数 [22]。假设房间内空气的压力变化很小，那

么根据理想气体定律，折射率与温度 T 的关系为 $\eta(T) = 1 + \rho_0 G \frac{T_0}{T}$ ，其中 ρ_0 是环境密度， T_0 是环境温度 [12]。可以看出，空气温度的变化会导致折射率的变化，从而使通过空气的光线发生弯曲。

B. 光线追踪形式主义

光在连续变化折射率介质中的传播可以使用光线追踪常微分方程 (ODEs) [23] 来描述。

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{v}(\mathbf{x}(t)), \quad \frac{d\mathbf{v}(t)}{dt} = \eta(\mathbf{x}(t)) \nabla \eta(\mathbf{x}(t)). \quad (1)$$

由于折射率 η 对光线位置 $\mathbf{x}(t)$ 的隐含依赖，该 ODE 系统是完全耦合的，并且其解被称为非线性光线追踪。这种 ODE 系统的完全耦合性质引入了显著的计算复杂性。为了解决这个问题，我们采用了一种拟线性光线追踪关联法则方法来将速度 ODE 与位置 ODE 解耦，简化了计算，同时对原始的真实路径仅有轻微偏差。具体来说，由于折射率的变化很小，我们可以将光束的轨迹近似为一条从 $\mathbf{x}_0$ 沿 $\mathbf{v}_0$ 开始的直线。沿着这条线性路径查询折射率场以计算一个近似的速度 $\tilde{\mathbf{v}}(t)$ ，然后将其用于位置 ODE 中以获得更新后的光线路径 $\tilde{\mathbf{x}}(t)$ 。

C. 成像模型

我们使用基于物理的渲染方法——具体来说，是 RRTE [18, 19] 的路径积分表达式——来计算给定像素 j 在传感器平面上的强度 I_j 作为

$$I_j = \int_A \int_{\Omega} W_j(\mathbf{x}_s) L_{\text{wall}}(\mathbf{x}_w, \mathbf{v}_w) \frac{\langle \hat{\mathbf{n}}_w, \mathbf{v}_w \rangle}{\|r_{s \leftrightarrow w}\|} d\mathbf{v}_s d\mathbf{x}_s, \quad (2)$$

其中 W_j 是三角相机滤波函数， $(\mathbf{x}_w, \mathbf{v}_w)$ 是从传感器平面上的 $(\mathbf{x}_s, \mathbf{v}_s)$ 开始追踪光线的墙的位置和速度， L_{wall} 是背景墙面的亮度， $\langle \hat{\mathbf{n}}_w, \mathbf{v}_w \rangle$ 是背景墙面法线 $\hat{\mathbf{n}}_w$ 和 $\mathbf{v}_w$ 之间的角度余弦值，而 $\|r_{s \leftrightarrow w}\|$ 是光线路径的长度。像素的总强度通过对所有初始光线速度 $\mathbf{v}_s \in \Omega$ 以及传感器像素区域内所有初始光线位置 $\mathbf{x}_s \in A$ 进行积分得到。在实际操作中，我们使用蒙特卡罗采样来评估这个积分。

为了确定背墙的亮度，我们考虑两种情况。在背墙是纹理光源的情况下， L_{wall} 是已知的并且可以直接查询。如果我们假设墙壁是由针孔投影仪照亮的，则背墙上的一点将由投影仪上的单一点照亮。有关背墙-投影仪连接以及在这种情况下整体成像模型的更多细节，请参见 [21]。

¹ Arjun Teh conducted this work during an internship at MERL

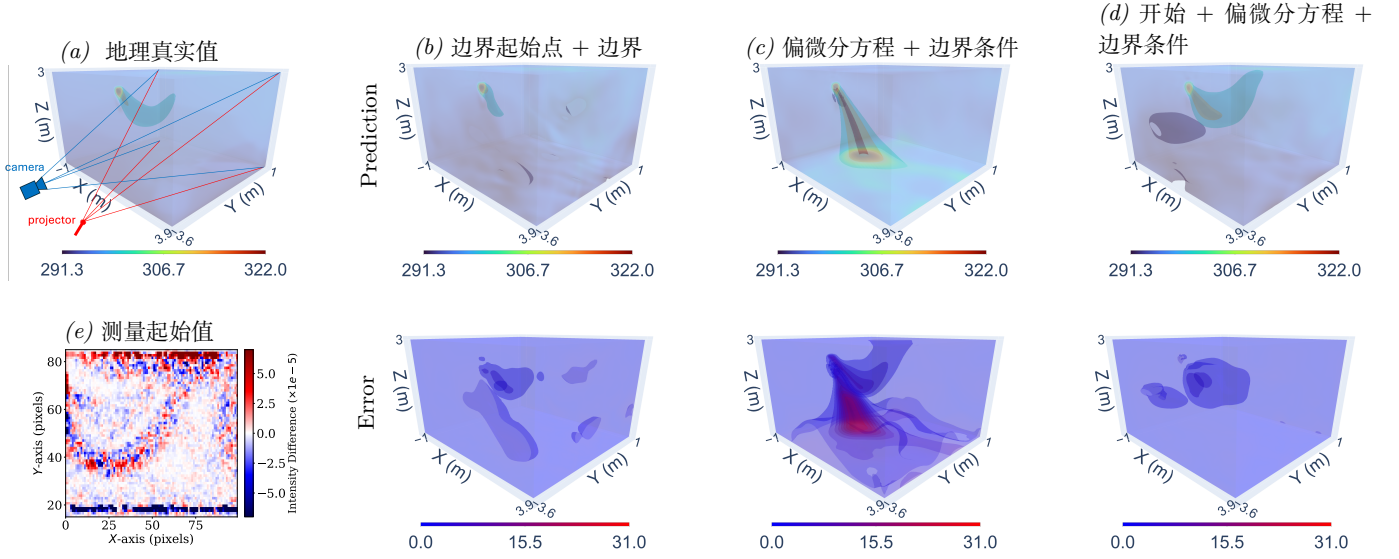


图 1: 空气流场重建结果使用投影仪和摄像机 BOS 采集装置。顶部一行从左至右展示了真实值和使用不同损失组合重建的温度场 (在 K 中的)。底部左侧图说明了 BOS 图像测量。剩余的底部行图示显示了每个重建方案的绝对误差。

D. 物理告知的 BOS 层析成像

重建气流的温度 T 、压力 p 和速度 $\mathbf{u}$ 场可以被表述为一个断层扫描反问题, 给定 BOS 图像测量值 I_{flow} 和边界区域 Γ 上的边界条件 $(T^*, p^*, \mathbf{u}^*)|_{\Gamma}$ 。单视图 3D BOS 在视角方向上存在内在的模糊性 [14]。遵循 PINNs 框架 [13, 24], 我们建议使用基于物理信息的损失来正则化反演。这是通过求解以下优化问题完成的:

$$\begin{aligned} \min_{T, p, \mathbf{u}} \quad & \lambda_1 \mathcal{L}_{\text{BOS}}(\eta) + \lambda_2 \mathcal{L}_{\Gamma}(T, p, \mathbf{u}) + \lambda_3 \mathcal{L}_{\text{PDE}}(T, p, \mathbf{u}) \\ \text{subject to} \quad & \eta = 1 + \rho_0 G \frac{T_0}{T}, \end{aligned} \quad (3)$$

该目标函数包括以下损失分量:

- BOS 图像损失 $\mathcal{L}_{\text{BOS}} = \sum_j \|I_{\text{flow}}^j - I^j(\eta)\|_2^2$, 其中 j 表示像素索引, I_{flow} 是 BOS 图像测量强度, 而 $I(\eta)$ 是从 (2) 预测的强度。
- 边界损失 $\mathcal{L}_{\Gamma} = \|(T_n^*, p_n^*, \mathbf{u}_n^*)|_{\Gamma} - (T_n, p_n, \mathbf{u}_n)|_{\Gamma}\|_2^2$, 其中下标 n 表示该字段除以其最大值。
- 物理信息损失 $\mathcal{L}_{\text{PDE}} = \sum_{i=1}^{N_c} \gamma_1 r_{\text{mass}}^2(\mathbf{x}_i) + \gamma_2 \|\mathbf{r}_{\text{mom}}(\mathbf{x}_i)\|_2^2 + \gamma_3 r_{\text{heat}}^2(\mathbf{x}_i)$, 其中 $\gamma_{1,2,3}$ 是平衡每个残差权重的标量乘数, 而 $\mathbf{x}_{i=1, \dots, N_c}$ 是在计算域中均匀采样的插值点。 r_{mass} 、 r_{mom} 和 r_{heat} 是非维度质量守恒、动量守恒以及热传递方程的残差, 这些是由布辛内斯克近似法针对浮力驱动流定义的:

$$\begin{aligned} r_{\text{mass}}(\mathbf{x}) &= \nabla \cdot \mathbf{u}, \\ r_{\text{mom}}(\mathbf{x}) &= (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p - \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u} + Ri T_{\text{nd}} \mathbf{e}_g, \\ r_{\text{heat}}(\mathbf{x}) &= (\mathbf{u} \cdot \nabla) T_{\text{nd}} - \frac{1}{Pe} \nabla^2 T_{\text{nd}}. \end{aligned}$$

这里, 无量纲温度波动 T_{nd} 由入口 T_{in} 和参考 T_0 温度计算得到, 表示为 $T_{\text{nd}} = \frac{T - T_0}{T_{\text{in}} - T_0}$ 。附加参数包括重力加速度 g 及其单位向量 $\mathbf{e}_g$, 运动粘度 ν , 热扩散率系数 α , 热膨胀系数 β , 特征长度尺度 L 和速度尺度 U , 从而得出无量纲的雷诺数、佩克莱特数和理查森数: $Re = \frac{UL}{\nu}$, $Pe = \frac{UL}{\alpha}$, $Ri = \frac{g\beta(T_{\text{in}} - T_0)L}{U^2}$ 。

我们使用隐式神经表示通过多层感知器 (MLP) 对 T 、 p 和 $\mathbf{u}$ 场进行参数化, 即 $(T, p, \mathbf{u}) = \text{MLP}(\mathbf{x}; \theta)$ 其中 $\mathbf{x}$ 表示空间位置, 而 θ 是通过求解优化问题 (3) 确定的 MLP 参数。

我们的前向渲染和优化框架是用 JAX 实现的, 并使用了 Equinox、Diffraction 和 Optax 库 [25–28]。它是端到端可微分的, 通过自动微分和伴随状态方法实现了高效的梯度计算 [14, 29]。

III. 实验设置与结果

A. 空气流动仿真

我们通过使用 OpenFOAM 进行雷诺平均纳维-斯托克斯 (RANS) 仿真来获得真实空气流。房间设置和真实温度场如图 1(a) 所示, 入口指向正 x 方向。为了成像整个房间的流动, 我们模拟了一个假设的相机和投影仪, 它们分别位于 $(0.85, -29, 1.5)$ 米和 $(1.85, -29, 1.5)$ 米处, 并且都朝向正 y 方向, 具有很大的焦距。投影仪用小波噪声图案 [30] 照亮了背墙。图 1(e) 中所示的 BOS 图像测量结果是使用我们的基于物理的渲染器以 100×100 的传感器分辨率和每像素 2 个采样点获得的。

B. 气流重建

我们在给定 BOS 图像测量和边界 T, p 和 $\mathbf{u}$ 场的 $y-z$ 平面位于 $x = -1.2\text{m}$ (包含进出口) 上的 $64 \times 64 \times 64$ 体素化网格上评估重建性能。请注意, 由物理信息损失施加的不可压缩流动方程与 OpenFOAM RANS 模拟之间的模型和分辨率不匹配。我们运行了 80,000 次迭代的 Optax adabelief 优化器, 使用 mini-batch 更新, 并采用 8192 个空间点来计算 PDE 损失, 5000 个像素来计算 BOS 损失, 以及 4096 个点来计算边界损失。

我们将使用我们提出的 BOS+PDE+边界损失方法重建气流性能与两种替代重建方案进行了比较: BOS+边界和 PDE+边界。图 1 的重建结果显示, 结合所有三项损失显著减少了伪影, 并且对于准确地重建温度场至关重要。我们在 [21] 中还展示了, 在与 BOS+边界的重建结果相比时, BOS+PDE+边界

重建的 p 场的均方根误差低两个数量级, $\mathbf{u}$ 场则低一个数量级。这些发现突显了我们的物理信息和可微渲染框架在实现湍流气流高精度 BOS 重建方面的优势。

参考文献

- [1] S. V. Patankar, “Airflow and cooling in a data center,” *J. Heat Transfer*, vol. 132, Apr. 2010.
- [2] M. Abedi, F. Jazizadeh, B. Huang, and F. Battaglia, “Smart HVAC systems —adjustable airflow direction,” in *Adv. Comput. Strat. Eng.*, ser. Lect. Notes Comput. Sci., I. F. C. Smith and B. Dörmel, Eds., vol. 10864, 2018, pp. 193–209.
- [3] K. Okamoto, T. Ohhashi, M. Asakura, and K. Watanabe, “A digital anemometer,” *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 43, no. 2, pp. 116–120, Apr. 1994.
- [4] M. Raffel, H. Richard, and G. E. A. Meier, “On the applicability of background oriented optical tomography for large scale aerodynamic investigations,” *Exp. Fluids*, vol. 28, no. 5, pp. 477–481, May 2000.
- [5] S. B. Dalziel, G. O. Hughes, and B. R. Sutherland, “Whole-field density measurements by ‘synthetic schlieren’,” *Exp. Fluids*, vol. 28, no. 4, pp. 322–335, Apr. 2000.
- [6] G. E. A. Meier, “Computerized background-oriented schlieren,” *Exp. Fluids*, vol. 33, pp. 181–187, Jul. 2002.
- [7] G. S. Settles and M. J. Hargather, “A review of recent developments in schlieren and shadowgraph techniques,” *Meas. Sci. Technol.*, vol. 28, 2017.
- [8] G. S. Settles, “On background-oriented schlieren (BOS) velocimetry,” in *Proc. Int. Symp. Flow Vis.*, Zurich, Switzerland, Jun. 2018.
- [9] B. Atcheson, I. Ihrke, W. Heidrich, A. Tevs, D. Bradley, M. Magnor, and H.-P. Seidel, “Time-resolved 3D capture of non-stationary gas flows,” *ACM Trans. Graphics*, vol. 27, no. 5, Dec. 2008.
- [10] F. Nicolas, V. Todoroff, A. Plyer, G. Le Besnerais, D. Donjat, F. Micheli, F. Champagnat, P. Cornic, and Y. Le Sant, “A direct approach for instantaneous 3D density field reconstruction from background-oriented schlieren (BOS) measurements,” *Exp. Fluids*, vol. 57, Dec. 2016.
- [11] S. J. Grauer, A. Unterberger, A. Rittler, K. J. Daun, A. M. Kempf, and K. Mohri, “Instantaneous 3D flame imaging by background-oriented schlieren tomography,” *Combust. Flame*, vol. 196, pp. 284–299, Oct. 2018.
- [12] S. Cai, Z. Wang, F. Fuest, Y. J. Jeon, C. Gray, and G. E. Karniadakis, “Flow over an espresso cup: inferring 3-D velocity and pressure fields from tomographic background oriented Schlieren via physics-informed neural networks,” *J. Fluid Mech.*, vol. 915, 2021.
- [13] M. Raissi, P. Perdikaris, and G. E. Karniadakis, “Physics-informed neural networks: A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations,” *J. Comput. Phys.*, vol. 378, pp. 686–707, Feb. 2019.
- [14] B. Zhao, A. Levis, L. Connor, P. P. Srinivasan, and K. L. Bouman, “Single view refractive index tomography with neural fields,” in *Proc. IEEE/CVF Conf. Comput. Vis. Pattern Recog.*, 2024, pp. 25 358–25 367.
- [15] J. P. Molnar, L. Venkatakrishnan, B. E. Schmidt, T. A. Sipkens, and S. J. Grauer, “Estimating density, velocity, and pressure fields in supersonic flows using physics-informed BOS,” *Exp. Fluids*, vol. 64, Jan. 2023.
- [16] J. P. Molnar, S. J. Grauer, O. Léon, D. Donjat, and F. Nicolas, “Physics-informed background-oriented schlieren of turbulent underexpanded jets,” in *Proc. AIAA SciTech*, National Harbor, MD, Jan. 2023.
- [17] J. P. Molnar, E. J. LaLonde, C. S. Combs, O. Léon, D. Donjat, and S. J. Grauer, “Forward and inverse modeling of depth-of-field effects in background-oriented schlieren,” *AIAA J.*, vol. 62, no. 11, pp. 4316–4329, 2024.
- [18] M. Ament, C. Bergmann, and D. Weiskopf, “Refractive radiative transfer equation,” *ACM Trans. Graphics*, vol. 33, no. 2, pp. 1–22, Apr. 2014.
- [19] A. Pediredla, Y. K. Chalmiani, M. G. Scopelliti, M. Chamanzar, S. Narasimhan, and I. Gkioulekas, “Path tracing estimators for refractive radiative transfer,” *ACM Trans. Graphics*, vol. 39, no. 6, Dec. 2020.
- [20] J. M. Weisberger and B. F. Bathel, “Projection background-oriented schlieren,” *Appl. Optics*, vol. 61, no. 20, pp. 6006–6015, Jul. 2022.
- [21] A. Teh, W. H. Ali, J. Rapp, and H. Mansour, “Indoor airflow imaging using physics-informed schlieren tomography,” in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, and Signal Process.*, 2025.
- [22] J. H. Gladstone and T. P. Dale, “Researches on the refraction, dispersion, and sensitiveness of liquids,” *Philos. Trans. R. Soc. London*, vol. 153, pp. 317–343, 1863.
- [23] A. Sharma, D. V. Kumar, and A. K. Ghatak, “Tracing rays through graded-index media: a new method,” *Appl. Optics*, vol. 21, no. 6, pp. 984–987, Mar. 1982.
- [24] S. Wang, S. Sankaran, H. Wang, and P. Perdikaris, “An expert’s guide to training physics-informed neural networks,” arXiv:2308.08468 [physics], Aug. 2023.
- [25] J. Bradbury, R. Frostig, P. Hawkins, M. J. Johnson, C. Leary, D. Maclaurin, G. Necoara, A. Paszke, J. Vander-

- Plas, S. Wanderman-Milne, and Q. Zhang, “JAX: composable transformations of Python+NumPy programs,” 0.3.13, <http://github.com/google/jax>, 2018.
- [26] P. Kidger and C. Garcia, “Equinox: neural networks in JAX via callable PyTrees and filtered transformations,” arXiv:2111.00254 [cs], Oct. 2021.
- [27] P. Kidger, “On neural differential equations,” Ph.D. dissertation, University of Oxford, 2021.
- [28] M. Hessel, D. Budden, F. Viola, M. Rosca, E. Sezener, and T. Hennigan, “Optax: composable gradient transformation and optimisation, in JAX!” <http://github.com/deepmind/optax>, 2020.
- [29] A. Teh, M. O’Toole, and I. Gkioulekas, “Adjoint nonlinear ray tracing,” *ACM Trans. Graphics*, vol. 41, no. 4, Jul. 2022.
- [30] R. L. Cook and T. DeRose, “Wavelet noise,” *ACM Trans. Graphics*, vol. 24, no. 3, pp. 803–811, Jul. 2005.