

混合 RTG-太阳能供电下行星漫游者的能量约束导航

Tianxin Hu*, Weixiang Guo*, Ruimeng Liu, Xinhang Xu, Rui Qian, Jinyu Chen, Shenghai Yuan†, and Lihua Xie

摘要—未来的行星探测漫游车必须在混合动力输入下长时间运行，这种混合动力结合了稳定的放射性同位素热电发电机 (RTG) 输出与可变的太阳能光伏 (PV) 可用性。尽管已经对电池限制下的空中和水下机器人进行了节能规划的研究，但很少有研究明确地为地面漫游车建模功率流或强制即时功率约束。经典的地形感知规划器强调斜率或可通过性，而轨迹优化方法通常关注几何平滑性和动态可行性，忽视了能量可行性。我们提出了一种基于混合 RTG - 太阳能输入的显式集成平移、旋转和阻抗功率以及基本子系统负载的能量受限轨迹规划框架。通过将累积能量预算和即时功率约束纳入 SE(2) 基础多项式轨迹优化中，该方法确保生成的轨迹同时具有平滑性、动态可行性和功率合规性。在类似月球地形上的模拟结果显示，我们的规划器生成的轨迹峰值功率与规定的限制相差 0.55%，而现有方法超出限制超过 17%。这展示了针对长期行星任务的能量感知自主性的原理和实用方法。

Index Terms—能量约束规划，混合 RTG-太阳能电力，不均匀地形，模型预测控制

I. 介绍

行星探索和远程场机器人在最近获得了显著的进展，这得益于月球、火星以及极端地球环境中的任务 [1]–[4]。这些平台必须在严重受限的能量资源下长时间运行，如图所示 1。在这种情况下，机器人通常依赖于混合电源——最著名的是来自放射性同位素热电发生器 (RTGs) 的低但稳定的输出 [5]–[7]，以及持续的太阳能光伏 (PV) 输入 [8]–[10]。随着这些系统的自主性增强，对智能决策的需求也在增加，这种决策不仅要考虑通过能力 [11] 和安全性，还要明确管理能源

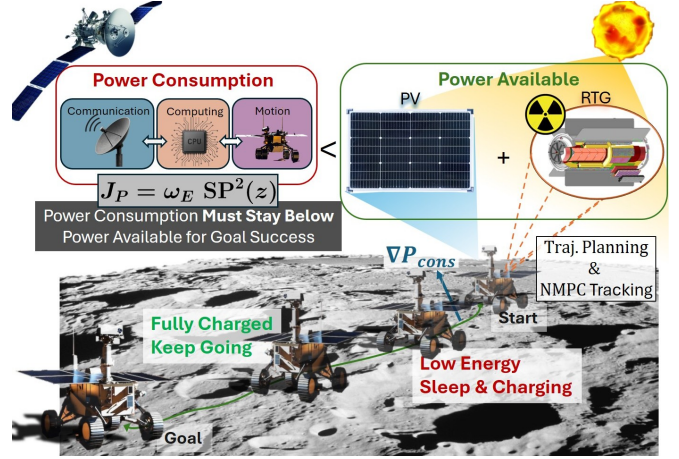


图 1: 概述在混合 RTG-太阳能可用性范围内确保电力消耗的能量约束规划框架。

消耗。尽管其重要性，但能效规划仍然是该领域尚未充分解决的问题。

现有机器人导航和规划 [12]–[17] 大多忽视了详细的能量建模 [18]。经典的方法，如 A*、D* 及其基于采样的变体，通常假设成本恒定或仅包含基于地形的度量标准，如坡度或粗糙度 [19]–[21]。近期的学习型规划器在感知和策略学习方面取得了进展 [22]，但很少将电力可用性作为约束条件考虑。一些关于长距离导航或漫游者模拟的研究包含能量相关的成本 [23]，但通常将它们视为外部约束而非动态耦合因素。此外，感知和控制模块——通常是显著的能量消耗者——很少被集成到规划循环中 [24]–[39]。这种脱节可能导致在能源受限任务中的次优行为，机器人可能会提前耗尽电力或由于保守的规划而避免科学价值较高的区域。在这项工作中，我们提出了一种基于优化的能量约束轨迹规划框架，适用于在混合 RTG 和恒定太阳能输入下运行的行星漫游者。我们的方法明确地建模了与运动相关的功率消耗和基线子系统的负载，同时将可用电力表示为恒定 RTG 输出和固定太阳能输入的组合。我

* Equal Contribution.

† Corresponding Author.

All authors are with the Centre for Advanced Robotics Technology Innovation (CARTIN), School of Electrical and Electronic Engineering, Nanyang Technological University, 50 Nanyang Avenue, Singapore 639798.

Emails: {shyuan, elhxie}@ntu.edu.sg

们制定了一个基于 SE(2) 多项式样条的轨迹优化问题, 结合累积能量预算和瞬时功率约束。规划器还支持自适应行为, 如在可用功率不足时插入等待状态以积累 RTG 能源。模拟结果表明, 在类似火星的地貌上, 所提出的框架能够生成平滑、可行且符合电力要求的轨迹, 这使得在能量受限环境中实现稳健自主成为可能。

本文的主要贡献如下:

- 我们提出了一种针对由混合放射性同位素热电机和恒定太阳能输入供电的行星漫游车的能量约束轨迹规划框架, 明确地建模了与运动相关的电力消耗以及基本子系统的负载。
- 我们开发了基于物理学的平移和旋转运动电力需求模型, 以及不均匀行星地形上的电阻效应, 并将它们与基线子系统的电力相结合, 在统一的轨迹规划公式中进行整合。
- 我们将瞬时功率约束融入到基于 SE(2) 的多项式轨迹优化中, 使得轨迹在满足功率可行性的同时保持动态平滑。
- 我们在仿真中验证了所提出的方法, 展示了功率可行且动态平滑的轨迹, 并将其与没有实施功率限制的规划器进行了基准测试。

II. 相关工作

A. 能耗感知导航

能源感知规划在空中和水下车辆中得到了广泛研究, 其中轨迹生成通常是在电池约束条件下进行建模的。对于无人机而言, 已经提出了最小能量路径和风力感知模型 [40]–[43], 而自主水下航行器则优化了阻力感知路线 [44]。对于地面机器人来说, 能源成本通常使用海拔、坡度或地形类别来近似估计 [45], 但很少明确执行功率限制 [46]。一些方法将太阳能作为启发式奖励或惩罚, 但是没有建模电力流动或者可用性的硬约束条件 [47]。总体而言, 直接将全局能源可行性或瞬时功率限制纳入轨迹优化的工作很少。

B. 地形意识规划

在非结构化地形中的导航通常依赖于地形感知规划。经典方法将斜率和粗糙度编码为代价地图 [48]–[51], 而更近期的方法则采用学习到的可通行性或语义分割 [52]–[55]。然而, 由地形引起的能量惩

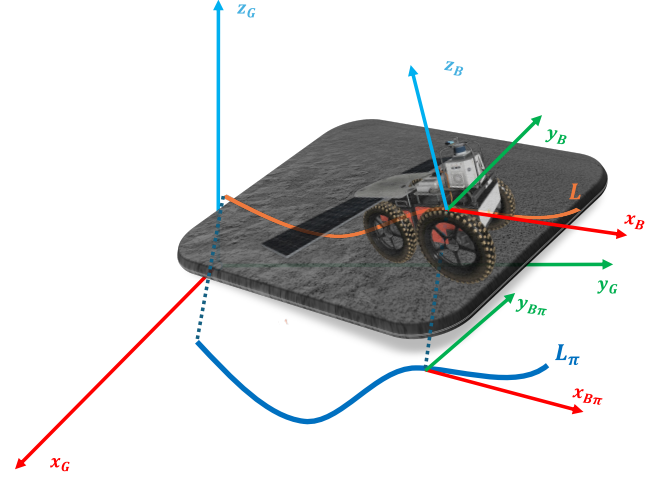


图 2: 月球车坐标系示意图

罚 (如爬坡阻力或惯性效应) 很少被明确作为功率约束整合进规划中。相比之下, 我们的工作直接将基于物理的功率模型, 包括斜率和运动动力学, 嵌入到轨迹优化过程中。

C. 物理约束下的轨迹优化

轨迹优化在机器人学中被广泛用于确保在动态和环境约束下的可行性。多项式样条、凸形式以及序列凸规划 (SCP) 已被应用以保证平滑性、避碰和有界控制输入 [56]–[59]。模型预测控制 (MPC) 框架也常用于实时跟踪优化轨迹, 提供对扰动和模型不匹配的鲁棒性 [60]–[64]。

然而, 这些方法通常侧重于运动学和动力学可行性, 强调几何精度或平滑控制剖面, 而没有明确考虑功率或能量约束。

在具有严重限制的机载功率的长期任务中, 动力学上可行但能量上不可行的轨迹仍然可能导致任务失败。

除了与运动相关的功率外, 火星车必须持续分配基线功率以维持感知、计算、通信和热管理。

主要的挑战在于联合确保动态可行性和能量可行性, 同时使用混合功率输入。

我们的工作通过将基于物理的功率模型和混合能量约束直接集成到轨迹优化过程中来解决这一差距, 同时依赖 MPC 来准确执行计划的轨迹。

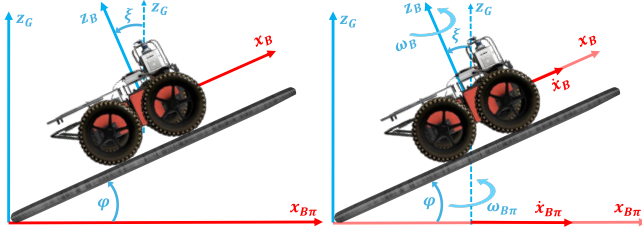


图 3: 斜面坐标系统图

III. 能量约束规划框架

本节介绍了一个针对由混合放射性同位素热电机 (RTG) 和太阳能光伏 (PV) 能源系统供电的行星机器人设计的能量感知轨迹规划框架。该框架集成了运动、地形阻力和基线子系统功耗的能量消耗模型, 确保在严格的能量约束下轨迹的可行性。

A. 坐标系与运动学

我们考虑一个差速驱动的月球车在复杂 3D 地形 $\mathcal{M} \subset \mathbb{R}^3$ 中导航, 如图 2 所示。其运动分别用全局坐标系 $\mathcal{G} = \{\vec{x}_G, \vec{y}_G, \vec{z}_G\}$ 和本体坐标系 $\mathcal{B} = \{\vec{x}_B, \vec{y}_B, \vec{z}_B\}$ 来描述。 $\mathcal{B}$ 在 $\vec{x}_G - \vec{y}_G$ 平面的投影定义了二维投影坐标系 $\mathcal{B}_\Pi = \{\vec{x}_{B\Pi}, \vec{y}_{B\Pi}\}$ 。投影偏航角 ψ_G 定义为 $\vec{x}_{B\Pi}$ 相对于全局轴 $\vec{x}_G$ 的方向。令 L_G 表示机器人在全局坐标系 $\mathcal{G}$ 下复杂三维地形 $\mathcal{M}$ 上的轨迹, 其由以下给出:

$$L_G = \left\{ \mathbf{p}_G(t) \in \text{SE}(3) \mid \begin{array}{l} \mathbf{p}_G(t) = (x_G(t), y_G(t), z_G(t), \\ \phi_G(t), \theta_G(t), \psi_G(t)) \end{array} \right\},$$

L_G 在二维平面 $\mathcal{B}_\Pi$ 上的投影由以下给出:

$$L_{B_\Pi} = \{ \mathbf{p}_{B_\Pi}(t) \in \text{SE}(2) \mid \mathbf{p}_{B_\Pi}(t) = (x_G(t), y_G(t), \psi_G(t)) \},$$

其中 $t \in [0, T_f]$ 表示规划时域, T_f 为轨迹的最终时间。

如图 3 所示, φ 表示俯仰角, 定义为从 $\vec{x}_{B\Pi}$ 到 $\vec{x}_B$ 的角度。类似地, ξ 表示姿态角, 定义为从 $\vec{z}_G$ 到 $\vec{z}_B$ 的角度。机器人沿 $\vec{x}_B$ 的速度和加速度分别用 $\dot{x}_B$ 和 $\ddot{x}_B$ 表示, 其绕 $\vec{z}_B$ 的角速度和角加速度分别用 ω_B 和 $\dot{\omega}_B$ 表示。当投影到 $\mathcal{B}_\Pi$ 上时, 这些量分别由 $\dot{x}_G, \dot{y}_G, \ddot{x}_G, \ddot{y}_G, \psi_G, \omega_G$ 和 $\dot{\omega}_G$ 表示。它们与原始机体坐标系速度的关系由以下给出:

$$\dot{x}_B = \frac{\sqrt{\dot{x}_G^2 + \dot{y}_G^2}}{\cos \varphi}, \quad (1)$$

$$\ddot{x}_B = \frac{\ddot{x}_G \cos \psi_G + \ddot{y}_G \sin \psi_G}{\cos \varphi}, \quad (2)$$

$$\omega_B = \frac{\omega_G}{\cos \xi}, \quad (3)$$

$$\dot{\omega}_B = \frac{\dot{\omega}_G}{\cos \xi}. \quad (4)$$

B. 问题陈述

火星车由混合能源驱动, 包括恒定的 RTG 电源和太阳能光伏输入。瞬时功率消耗 P_{cons} 被建模为:

$$P_{\text{cons}} = P_{\text{mot}} + P_{\text{base}}, \quad (5)$$

其中 P_{mot} 表示运动功率消耗, P_{base} 代表维持基本机载系统的所需基础功率。时间 t 的总可用功率由以下公式给出:

$$P_{\text{avail}}(t) = P_{\text{RTG}}(t) + P_{\text{solar}}(t). \quad (6)$$

轨迹必须满足下列可行性约束条件:

$$P_{\text{cons}}(t) \leq P_{\text{avail}}(t), \quad \forall t \in [0, T_f]. \quad (7)$$

C. 运动功率建模

运动功率 $P_{\text{mot}}(t)$ 包括三个组成部分, 线性运动功率 $P_{\text{lin}}(t)$ 、旋转运动功率 $P_{\text{rot}}(t)$ 和阻力功率 $P_{\text{res}}(t)$:

$$P_{\text{mot}}(t) = P_{\text{lin}}(t) + P_{\text{rot}}(t) + P_{\text{res}}(t). \quad (8)$$

a) 直线运动功率: 此术语取决于机器人质量 m , 纵向速度 $\dot{x}_B(t)$ 和纵向加速度 $\ddot{x}_B(t)$ 。它表示为:

$$P_{\text{lin}}(t) = m(\ddot{x}_B(t) + g \sin \varphi(t)) \dot{x}_B(t). \quad (9)$$

b) 旋转运动功率: 此术语依赖于绕主体 $\vec{z}_B$ 轴的转动惯量 I_z 、角速度 $\omega_B(t)$ 以及角加速度 $\dot{\omega}_B(t)$ 。它表示为:

$$P_{\text{rot}}(t) = I_z \dot{\omega}_B(t) \omega_B(t). \quad (10)$$

c) 持久的电阻功率: 除了惯性和重力项外, 探测车还经历持续的阻力, 这些阻力随速度增加而增大, 包括滚动阻力、粘性阻尼和地形引起的拖拽 [65], [66]。相应的功耗被建模为:

$$P_{\text{res}}(t) = (C_0 + C_1 |\dot{x}_B(t)| + C_2 \dot{x}_B^2(t)) \dot{x}_B(t), \quad (11)$$

其中 C_0 , C_1 和 C_2 是由地形特性确定的经验系数。在月球表面, 空气动力阻力可忽略不计 ($\rho \approx 0$), 因此 C_2 主要反映额外的土壤变形损失。这一项代表了能量耗散的一个始终存在的组成部分, 它随着前进速度非线性增加。

d) 轨迹在二维平面上的投影: 由于计划轨迹 $L_{\mathcal{B}_{\Pi}}$ 位于投影的二维平面中, 因此需要相应地重新制定 P_{lin} 和 P_{rot} 的表达式。利用投影 $\mathcal{B}_{\Pi}$ 与全局 $\mathcal{G}$ 框架速度和加速度之间的关系, 我们首先引入一些简写。为了简洁起见, 定义

$$\begin{aligned} a &= \ddot{x}_{\mathcal{G}} \cos \psi_{\mathcal{G}} + \ddot{y}_{\mathcal{G}} \sin \psi_{\mathcal{G}}, \\ b &= -\ddot{x}_{\mathcal{G}} \sin \psi_{\mathcal{G}} + \ddot{y}_{\mathcal{G}} \cos \psi_{\mathcal{G}}, \\ v_{\mathcal{G}} &= \sqrt{\dot{x}_{\mathcal{G}}^2 + \dot{y}_{\mathcal{G}}^2}, \\ s &= \sin \varphi, \quad c = \cos \varphi. \end{aligned} \quad (12)$$

通过这些, 线性和旋转运动的功率是

$$P_{\text{lin}} = m \left(\frac{a}{\cos \varphi} + g \sin \varphi \right) \frac{v_{\mathcal{G}}}{\cos \varphi}, \quad (13)$$

$$P_{\text{rot}} = I_z \frac{\dot{\omega}_{\mathcal{G}} \omega_{\mathcal{G}}}{\cos \xi}. \quad (14)$$

P_{lin} 对全局状态和 φ 的梯度为:

$$\nabla P_{\text{lin}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{\text{lin}}}{\partial \dot{x}_{\mathcal{G}}} \\ \frac{\partial P_{\text{lin}}}{\partial \dot{y}_{\mathcal{G}}} \\ \frac{\partial P_{\text{lin}}}{\partial \ddot{x}_{\mathcal{G}}} \\ \frac{\partial P_{\text{lin}}}{\partial \ddot{y}_{\mathcal{G}}} \\ \frac{\partial P_{\text{lin}}}{\partial \dot{\psi}_{\mathcal{G}}} \\ \frac{\partial P_{\text{lin}}}{\partial \varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m \left(\frac{a}{c} + gs \right) \frac{\dot{x}_{\mathcal{G}}}{c v_{\mathcal{G}}} \\ m \left(\frac{a}{c} + gs \right) \frac{\dot{y}_{\mathcal{G}}}{c v_{\mathcal{G}}} \\ m \frac{v_{\mathcal{G}}}{c^2} \cos \psi_{\mathcal{G}} \\ m \frac{v_{\mathcal{G}}}{c^2} \sin \psi_{\mathcal{G}} \\ m \frac{v_{\mathcal{G}}}{c^2} b \\ m v_{\mathcal{G}} \left(\frac{2as}{c^3} + \frac{g}{c^2} \right) \end{bmatrix}. \quad (15)$$

类似地, P_{rot} 关于 $\omega_{\mathcal{G}}$, $\dot{\omega}_{\mathcal{G}}$ 和 ξ 的梯度为:

$$\nabla P_{\text{rot}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{\text{rot}}}{\partial \omega_{\mathcal{G}}} \\ \frac{\partial P_{\text{rot}}}{\partial \dot{\omega}_{\mathcal{G}}} \\ \frac{\partial P_{\text{rot}}}{\partial \xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_z \frac{\dot{\omega}_{\mathcal{G}}}{\cos \xi} \\ I_z \frac{\omega_{\mathcal{G}}}{\cos \xi} \\ I_z \frac{\dot{\omega}_{\mathcal{G}} \omega_{\mathcal{G}} \sin \xi}{\cos^2 \xi} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

D. 基线功率建模

除了与运动相关的功率外, 火星车还需要基线功率来维持感知、计算、通信和热管理。这些组件被汇总为一个常数项:

$$P_{\text{base}} = P_{\text{perc}} + P_{\text{plan}} + P_{\text{ctrl}} + P_{\text{misc}}, \quad (17)$$

其中, P_{perc} , P_{plan} , P_{ctrl} 和 P_{misc} 分别表示感知、规划、控制和杂项子系统的平均稳态功耗。由于这些负载在运行期间大致恒定, P_{base} 在后续建模和优化中被视为固定参数。

E. 平滑功率限制惩罚及其梯度推导

我们对违反瞬时功率约束的行为进行惩罚 $P_{\text{cons}}(t) \leq P_{\text{avail}}(t)$ 使用平滑铰链 (softplus) 公式 [67], [68]。在基于梯度的优化中直接强制执行此不等式可能导致梯度中的间断或突然变化。softplus 函数提供了对 ReLU 铰链的连续可微近似, 从而减轻了梯度间的断层并提高了优化稳定性。令

$$S(t) = \sqrt{P_{\text{lin}}^2(t) + P_{\text{rot}}^2(t)}, \quad (18)$$

$$\tau = P_{\text{avail}} - P_{\text{cons}}, \quad (19)$$

软加函数 $\text{SP}(\cdot)$ 及其相关的逻辑 sigmoid 函数 $\sigma(\cdot)$ 定义为

$$\begin{cases} \text{SP}(z) = \frac{1}{\kappa} \ln(1 + e^{\kappa z}), \\ \sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}, \\ z = S(t) - \tau. \end{cases} \quad (20)$$

惩罚成本是

$$J_P = \omega_E \text{SP}^2(z), \quad (21)$$

其中 $\omega_E > 0$ 是惩罚权重。

关键梯度是

$$\frac{dJ_P}{dz} = 2\omega_E \text{SP}(z) \sigma(\kappa z). \quad (22)$$

由于 $S(t) = \sqrt{P_{\text{lin}}^2(t) + P_{\text{rot}}^2(t)}$, 我们有

$$\frac{\partial J_P}{\partial P_{\text{lin}}} = \frac{dJ_P}{dz} \frac{P_{\text{lin}}}{S}, \quad (23)$$

$$\frac{\partial J_P}{\partial P_{\text{rot}}} = \frac{dJ_P}{dz} \frac{P_{\text{rot}}}{S}. \quad (24)$$

应用链式法则到物理变量得到

$$\nabla J_P = \frac{\partial J_P}{\partial P_{\text{lin}}} \nabla P_{\text{lin}} + \frac{\partial J_P}{\partial P_{\text{rot}}} \nabla P_{\text{rot}}. \quad (25)$$

值得注意的是, $\frac{\partial P_{\text{lin}}}{\partial \varphi}$ 和 $\frac{\partial P_{\text{rot}}}{\partial \xi}$ 可以进一步转换为关于轨迹 $L_{\mathcal{B}_{\Pi}}$ 的梯度。为了简洁起见, 这里省略了详细的推导过程。因此, 功率惩罚成本 J_P 关于所有物理变量的梯度可以直接从先前得到的 ∇P_{lin} 和 ∇P_{rot} 表达式中获得。

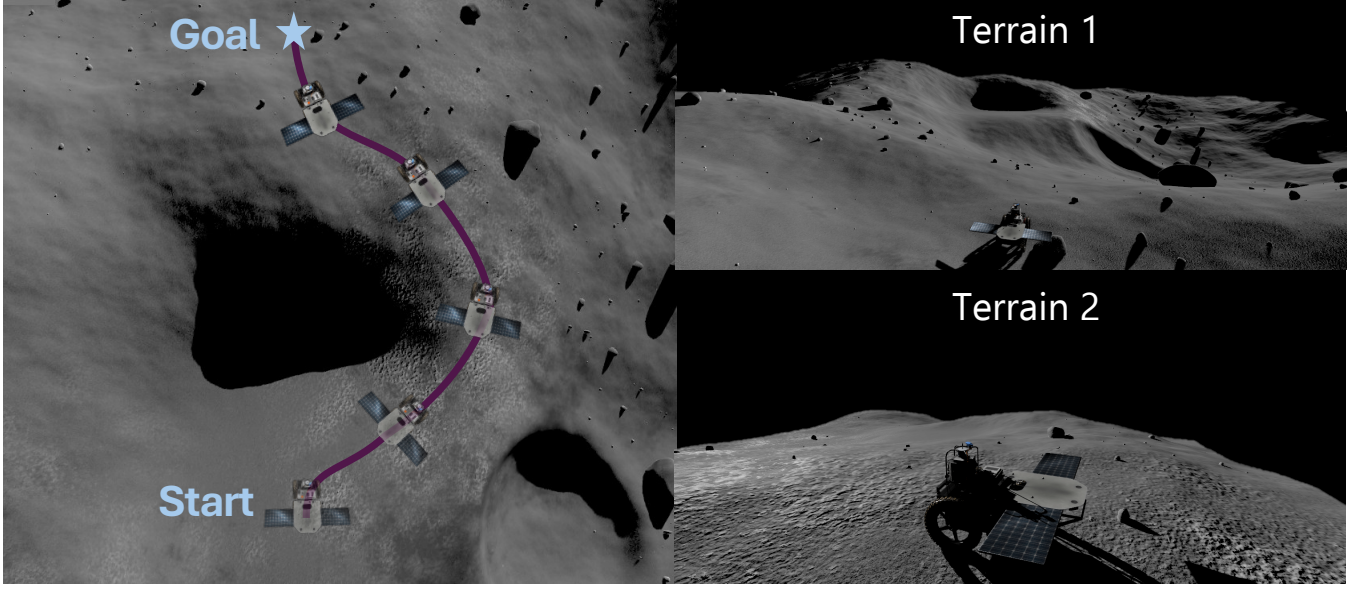


图 4: 月球车在遵守功率限制的同时跟踪计划的轨迹。

F. 能量约束下的轨迹优化

问题是在不平坦地形上找到一个动态可行且满足混合动力预算的轨迹 $L_{\mathcal{B}_{\Pi}}$, 该轨迹通过将 L_G 投影到平面 $\mathcal{B}_{\Pi}$ 上获得, 其中 L_G 是在不平坦地形上动态可行并满足混合动力预算的。轨迹由五次多项式样条参数化, 系数为 c , 分段持续时间为 T_i , 总时域为 $T_f = \sum_i T_i$ 。

a) 目标: 代价泛函结合了平滑性、时间正则化、地形难度和能量可行性:

$$\begin{aligned} \min_{c, T_i} \quad & \int_0^{T_f} \|j(t)\|^2 dt + \rho_T T_i + \rho_r \mathcal{R}(L_G) + J_P, \\ \text{s.t.} \quad & \tau = P_{\text{avail}} - P_{\text{cons}}, T_i > 0, \\ & \mathbf{p}(0) = \mathbf{p}_0, \mathbf{p}(T_f) = \mathbf{p}_g, \\ & \dot{x}_{\mathcal{B}} \leq \dot{x}_{\mathcal{B}_{\max}}, |\ddot{x}_{\mathcal{B}}| \leq \ddot{x}_{\mathcal{B}_{\max}}, |\ddot{y}_{\mathcal{B}}| \leq \ddot{y}_{\mathcal{B}_{\max}}, \end{aligned} \quad (26)$$

其中 $j(t)$ 表示轨迹的加速度变化率, $\mathcal{R}$ 代表累积地形风险 [48], T_i 对整个轨迹持续时间进行惩罚, 而 J_P 是基于 softplus 的惩罚项, 强制执行瞬时功率可行性。这里, $\mathbf{p}_0$ 和 $\mathbf{p}_g$ 分别表示初始状态和目标状态。

b) 能量预算: 除了软惩罚 J_E 外, 还可以施加全局预算约束:

$$\int_0^{T_f} P_{\text{cons}}(t) dt \leq \int_0^{T_f} P_{\text{avail}}(t) dt. \quad (27)$$

如果没有连续可行的轨迹存在, 规划器可以插入零速度样条段作为被动等待区间, 在不向前移动的情况下积累 RTG 能量。

c) 解决方案方案: 问题 (26) 通过具有增广拉格朗日处理不等式约束的顺序凸规划 (SCP) 求解, 确保所得轨迹在动力学上是可行的、地形感知的, 并且符合混合能量预算。

IV. 差动驱动机器人 NMPC 跟踪

为了在复杂地形上准确执行计划的轨迹 $L_{\mathcal{B}_{\Pi}}$, 我们采用非线性模型预测控制 (NMPC) 策略。在每个控制周期中, 参考样条轨迹 $L_{\mathcal{B}_{\Pi}}$ 被离散化为一个包含 N_p 步的预测范围, 而控制范围则限制为 N_c 步, 在此之后控制输入保持恒定。

我们提取每个离散化预测步骤的参考位置 (x_g, y_g, ψ_g) 。状态向量定义为:

$$\mathbf{X}_{\mathcal{B}_{\Pi}}(k) = [x_g(k), y_g(k), \psi_g(k)]^{\top}, \quad (28)$$

投影坐标系 $\mathcal{B}_{\Pi}$ 中的控制向量由以下给出:

$$\mathbf{u}_{\mathcal{B}_{\Pi}}(k) = [\dot{x}_{\mathcal{B}_{\Pi}}(k), \omega_{\mathcal{B}_{\Pi}}(k)]^{\top}. \quad (29)$$

为了确保控制器不仅遵循几何路径, 还跟踪参考轨迹的预期时变功率需求, 我们强制跟踪参考速度。具

体来说, 从 $L_{B_{\Pi}}$ 我们获得投影的速度分量 $(\dot{x}_G, \dot{y}_G, \omega_G)$ 。这些被组合成投影控制参考:

$$u_{B_{\Pi}}^{\text{ref}}(k) = \begin{bmatrix} \dot{x}_{B_{\Pi}}^{\text{ref}}(k) \\ \omega_{B_{\Pi}}^{\text{ref}}(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{\dot{x}_G^2(k) + \dot{y}_G^2(k)} \\ \omega_G(k) \end{bmatrix}, \quad (30)$$

该参考随后在成本函数中用于惩罚速度跟踪误差。

预测控制器被构造为一个有限时间范围的优化问题:

$$\min_U \|X_{B_{\Pi}} - X_{B_{\Pi}}^{\text{ref}}\|_Q^2 + \|U_{B_{\Pi}} - U_{B_{\Pi}}^{\text{ref}}\|_R^2 + \|\Delta U_{B_{\Pi}}\|_{R_d}^2, \quad (31)$$

其中 Q, R, R_d 分别是状态跟踪、速度跟踪和控制率变化的正定加权矩阵。堆叠向量定义为:

$$\begin{aligned} X_{B_{\Pi}} &= \begin{bmatrix} X_{B_{\Pi}}^{\top}(0) & X_{B_{\Pi}}^{\top}(1) & \cdots & X_{B_{\Pi}}^{\top}(N_p) \end{bmatrix}^{\top}, \\ U_{B_{\Pi}} &= \begin{bmatrix} u_{B_{\Pi}}^{\top}(0) & u_{B_{\Pi}}^{\top}(1) & \cdots & u_{B_{\Pi}}^{\top}(N_c) \end{bmatrix}^{\top}, \\ \Delta U_{B_{\Pi}} &= \begin{bmatrix} \Delta u_{B_{\Pi}}^{\top}(1) & \Delta u_{B_{\Pi}}^{\top}(2) & \cdots & \Delta u_{B_{\Pi}}^{\top}(N_c) \end{bmatrix}^{\top}, \end{aligned} \quad (32)$$

其中参考轨迹 $X_{B_{\Pi}}^{\text{ref}}$ 和 $U_{B_{\Pi}}^{\text{ref}}$ 从 $L_{B_{\Pi}}$ 类似地构造, 控制增量在步骤 k 定义为 $\Delta u_{B_{\Pi}}(k) = u_{B_{\Pi}}(k) - u_{B_{\Pi}}(k-1)$ 。

优化问题使用了 CasADi 框架来实现, 该框架提供了自动微分功能并与多个非线性求解器进行接口连接。在每个控制周期中, NMPC 给出了最优控制序列, 其中仅应用第一个元素:

$$u_{B_{\Pi}}^*(k) = \begin{bmatrix} \dot{x}_{B_{\Pi}}(k) \\ \omega_{B_{\Pi}}(k) \end{bmatrix}.$$

由于此解决方案是在投影坐标系 B_{Π} 中获得的, 因此必须将其映射到本体坐标系 B 以供执行。使用在方程 (1) 和 (3) 中定义的投影关系, 得到本体坐标系控制命令为:

$$u_B^*(k) = \begin{bmatrix} \dot{x}_B(k) \\ \omega_B(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\dot{x}_{B_{\Pi}}(k)}{\cos \varphi(k)} \\ \frac{\omega_{B_{\Pi}}(k)}{\cos \xi(k)} \end{bmatrix}.$$

这种转换确保了计算出的输入符合车辆在不平坦地形上的实际纵向速度和角速率, 从而闭环控制系统。

V. 模拟

A. 系统设置

本工作专注于一个差速驱动的月球漫游机器人。由于硬件限制, 评估完全在仿真中进行。如图 4 所示,

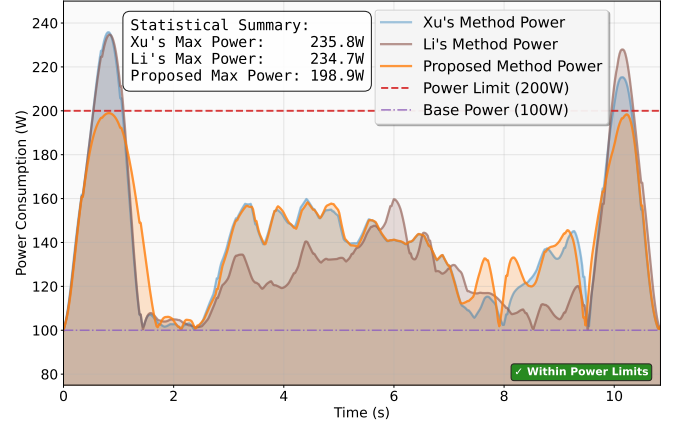


图 5: 规划阶段与基线的功率比较

表 I: 不同方法的指标对比

方法	P_{pmax} (W)	P_{tmax} (W)	e_y (m)	e_{vx} (m/s)
Xu et al.'s [48]	235.8	268.5	0.09	0.10
Li et al.'s [55]	234.7	287.3	0.08	0.13
Proposed	198.9	202.52	0.10	0.05

在 Gazebo-Sim-9 使用 ROS-Rolling (Ubuntu 24.04) 构建了一个包含岩石、陨石坑和不平整表面的月球地形。模拟的火星车是差动驱动的, 总长度约为 1.2m, 包括太阳能板在内的宽度为 2m, 总质量为 150 kg。目标是在瞬时功率限制为 200 W 的情况下生成一条轨迹, 随后使用非线性模型预测控制 (NMPC) 控制器进行跟踪。所有仿真均在配备第 13 代英特尔酷睿 i7 处理器的台式机上完成。

B. 评估指标

我们的工作的评估指标如下:

- **规划中的最大功率 P_{pmax}** : 沿计划轨迹预测的峰值功率。
- **最大功率跟踪 P_{tmax}** : 在 NMPC 跟踪过程中测量到的最高瞬时电力消耗。
- **位置跟踪误差 (均方根) e_y** : 横向位置误差 e_y 在计划轨迹和实际漫游者路径之间。
- **追踪速度误差 (均方根) e_{vx}** : 漫游车沿轨迹的前向速度与参考速度之间的偏差。

C. 结果与讨论

图 5 和表 I 比较了所提出的规划方法与 Xu 等人 [48] 的和 Li 等人 [55] 的, 这两种方法均不强制执行最

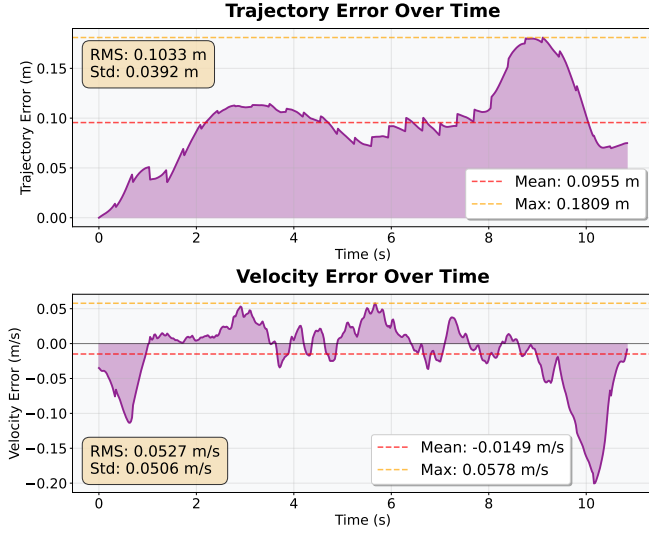


图 6: 跟踪位置误差 e_y 和速度误差 e_{vx} 在模型预测控制跟踪过程中计划轨迹与实际火星车路径之间的差异

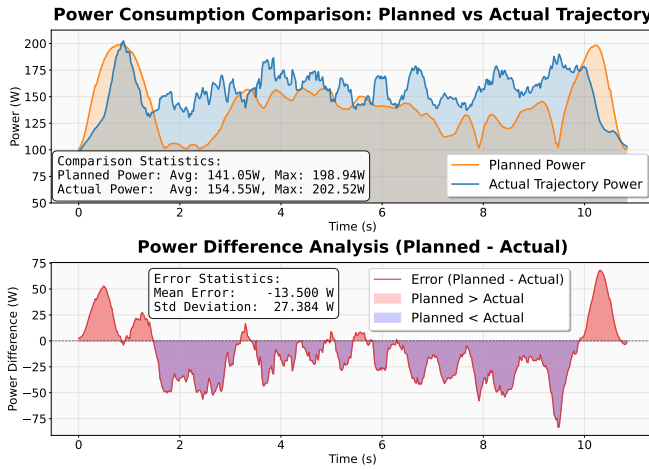


图 7: 计划与实际电力消耗的比较

大功率限制。火星车的基础功率设定为 100 W，规划约束将总功率上限设为 200 W。我们的方法生成的轨迹峰值功率为 198.9 W（在限制范围内；余量 1.1 W，占比 0.55%），而 Xu 等人的达到 235.8 W（超出上限 35.8 W；17.9%），Li 等人的达到 234.7 W（超出上限 34.7 W；17.4%）。这表明我们的方法唯一地强制执行了功率可行性，而现有的规划器生成的轨迹则违反了能量限制。

在图 6 中，提出的跟踪方法与计划轨迹进行了评估。它实现了横向位置误差 e_y 为 0.1033 米和速度误差 e_{vx} 为 0.05 米/秒的均方根（RMS）。由于我们的方法明确考虑了参考速度，因此产生了最小的 e_{vx} 。然而，

出于同样的原因，横向误差 e_y 略大于徐氏 (0.09 米) 和李氏 (0.08 米)，尽管差异仍然可接受。总体而言，这突显了一个权衡：明确跟踪参考速度确保了功率可行性但引入了稍高的横向偏差。

图 7 比较了计划的功率曲线与实际功率，后者是根据 MPC 跟踪期间 IMU 和其他传感器数据估算得出。尽管总体趋势一致，但由于难以准确建模月球阻力以及严格遵循计划加速度曲线的挑战，仍会出现差异。峰值实际功率达到 202.52 瓦，超过 200 瓦限制 2.52 瓦 (1.26%)，表明有轻微违规。

VI. 结论

本文提出了一种适用于在混合 RTG 和太阳能有限电源下运行的长期移动机器人的能量约束轨迹规划框架。通过显式建模与运动相关的能耗、基础子系统负载，并结合累积性和瞬时功率约束，我们的方法能够在电力受限环境中实现稳健且可行的导航。该框架基于 SE(2) 轨迹优化，同时考虑地形动力学和整体能源可行性。实验结果验证了所提出的方法在不同地形条件下生成平滑且符合能量要求的轨迹的有效性。未来的工作包括在嵌入式平台上进行实际部署，并与高级任务规划器集成。代码和仿真平台将在发表后以开源形式发布。

参考文献

- [1] L. Caraccio, A. Dellacasa, N. di Gruttola Giardino, L. M. Festa, T. Galliano, G. Gorgerino, A. Meloni, F. Mustich, F. Stesina, and E. Vacchetto, "Ardito, a modular technology demonstrator for robotic planetary surface exploration and operational support: an overview," *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2025.
- [2] A. F. Lanham, I. Short, J. Elegores, K. Elmore, M. Miller, K. Correa, M. Bradberry, N. Maupin, N. Siodlarz, C. Lubin *et al.*, "The planetary exploration transport," in *AIAA SCITECH 2025 Forum*, 2025, p. 2395.
- [3] M. Li, H. Sun, L. Ma, P. Gao, D. Huo, Z. Wang, and P. Sun, "Special spherical mobile robot for planetary surface exploration: A review," *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 20, no. 2, p. 17298806231162207, 2023.
- [4] A. Fonseca Prince, B. Vodermayr, B. Pleintinger, A. Kolb, E. Staudinger, E. Dietz, S. Schröder, S. Frohmann, F. Seel, and A. Wedler, "Design and implementation of a modular mechatronics infrastructure for robotic planetary exploration assets," in *Proceedings of the International Astronautical Congress, IAC*, 2021.

- [5] M. Clark, Y. Lee, T. Hudson, J. Elliott, A. Davis, M. Chodas, A. Guzik, J. F. Zakrajsek, and P. Schmitz, "Comparison of radioisotope power systems to enable the endurance mission concept," in *46th International IEEE Aerospace Conference*, 2025.
- [6] L. Tailin, L. Youhong, Z. Yingzeng, C. Haodong, and X. Qingpei, "Comprehensive modeling and characterization of the general-purpose heat source radioisotope thermoelectric generator for solar system missions," *Applied Thermal Engineering*, vol. 248, p. 123278, 2024.
- [7] Y. Liu, Y. Zhang, Q. Xiang, F. Hao, Q. An, and H. Chen, "Comprehensive modeling and parametric analysis of multi-mission radioisotope thermoelectric generator," *Applied Thermal Engineering*, vol. 219, p. 119447, 2023.
- [8] Z. N. Ndalloka, H. V. Nair, S. Alpert, and C. Schmid, "Solar photovoltaic recycling strategies," *Solar Energy*, vol. 270, p. 112379, 2024.
- [9] O. Bamisile, C. Acen, D. Cai, Q. Huang, and I. Staffell, "The environmental factors affecting solar photovoltaic output," *Renewable and sustainable energy reviews*, vol. 208, p. 115073, 2025.
- [10] M. Dada and P. Popoola, "Recent advances in solar photovoltaic materials and systems for energy storage applications: a review," *Beni-Suef University Journal of Basic and Applied Sciences*, vol. 12, no. 1, pp. 1–15, 2023.
- [11] Z. Yang, K. Xu, S. Yuan, and L. Xie, "A fast and light-weight noniterative visual odometry with rgb-d cameras," *Unmanned Systems*, vol. 13, no. 03, pp. 957–969, 2025.
- [12] D. Kiss, "A sampling-based approach to solve difficult path planning queries efficiently in narrow environments for autonomous ground vehicles," *Unmanned Systems*, vol. 13, no. 03, pp. 663–688, 2025.
- [13] V. Kostyukov, M. Medvedev, and V. Pshikhopov, "Global path planning algorithm in a two-dimensional environment with polygonal obstacles on the class of piecewise polygonal trajectories," *Unmanned Systems*, vol. 13, no. 03, pp. 689–707, 2025.
- [14] A. Analooee and A. Nikoobin, "Dmtm: Fast obstacle detection and tracking for motion planning," *Unmanned Systems*, vol. 13, no. 03, pp. 907–926, 2025.
- [15] P. Shang, Z. Peng, H. He, W. Wang, and X. Pei, "Hgee: Learning for trajectory prediction with heterogeneous graph interaction and external embedding of unmanned swarm systems in adversarial environment," *Unmanned Systems*, vol. 13, no. 03, pp. 861–874, 2025.
- [16] H. Pan, L. Han, J. Yan, and R. Liu, "Action correction-enhanced multi-agent reinforcement learning for path planning in urban environments," *Unmanned Systems*, pp. 1–19, 2025.
- [17] X. Liu, B. He, and G. Xiao, "Enhanced conflict avoidance and dynamic path replanning for multi-uavs through milp with real-time speed and heading angle control," *Unmanned Systems*, vol. 13, no. 04, pp. 1041–1051, 2025.
- [18] K. Bouhabza, M. Guiatni, Y. Bouzid, and M. Hamerlain, "Energy-efficient passivity-based sliding mode controller for small-scale quadrotor uav for trajectory tracking," *Unmanned Systems*, vol. 13, no. 03, pp. 837–859, 2025.
- [19] G. Hedrick, N. Ohi, and Y. Gu, "Terrain-aware path planning and map update for mars sample return mission," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 5, no. 4, pp. 5181–5188, 2020.
- [20] H. ZHANG, F. JIANG, C. LIU, Z. ZHANG, and Q. LI, "Review of autonomous path planning for planetary rovers," *Chinese Journal of Engineering*, vol. 46, no. 11, pp. 2063–2075, 2024.
- [21] H. Zhang, F. Jiang, and Q. Li, "An improved path planning and tracking control method for planetary exploration rovers with traversable tolerance," *Biomimetic Intelligence and Robotics*, vol. 5, no. 2, p. 100219, 2025.
- [22] X. Xiao, B. Liu, G. Warnell, and P. Stone, "Motion planning and control for mobile robot navigation using machine learning: a survey," *Autonomous Robots*, vol. 46, no. 5, pp. 569–597, 2022.
- [23] O. Lamarre, O. Limoyo, F. Marić, and J. Kelly, "The canadian planetary emulation terrain energy-aware rover navigation dataset," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 39, no. 6, pp. 641–650, 2020.
- [24] V. Mageshkumar, A. Baxi, V. Natarajan, and G. S. Murthy, "Adaptive energy optimization for edge-enabled autonomous mobile robots," in *2024 16th International Conference on COMMunication Systems & NETWORKS (COMSNETS)*. IEEE, 2024, pp. 117–122.
- [25] M. Visca, A. Bouton, R. Powell, Y. Gao, and S. Fallah, "Conv1d energy-aware path planner for mobile robots in unstructured environments," in *2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE, 2021, pp. 2279–2285.
- [26] A. V. Malawade, T. Mortlock, and M. A. A. Faruque, "Ecofusion: Energy-aware adaptive sensor fusion for efficient autonomous vehicle perception," in *Proceedings of the 59th ACM/IEEE Design Automation Conference*, 2022, pp. 481–486.
- [27] L. Liu, P. Johnson, and D. G. Reina, "An adaptive and energy-aware path planning strategy (aepps) for asvs with obstacle avoidance," in *2025 International Conference on Machine Intelligence and Smart Innovation (ICMISI)*. IEEE, 2025, pp. 487–494.
- [28] J. Li, T.-M. Nguyen, M. Cao, S. Yuan, T.-Y. Hung, and L. Xie, "Graph optimality-aware stochastic lidar bundle adjustment with progressive spatial smoothing," *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2025.
- [29] R. Yang, N. Wang, Z. Xu, Y. Huang, and X. Zhong, "Imu/camera/gnss/ulw integrated localization method based on factor graph optimization," in *2025 37th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*. IEEE, 2025, pp. 4873–4878.
- [30] J. Mao, W. Song, H. Liang, F. Xia, and C. Zhang, "Graph-optimized encoder-imu fusion for robust pipeline robot localization in confined spaces," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2025.
- [31] T. Du, S. Shi, Y. Zeng, J. Yang, and L. Guo, "An integrated ins/lidar odometry/polarized camera pose estimation via factor graph optimization for sparse environment," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 71, pp. 1–11, 2022.
- [32] R. Li, X. Zhang, S. Zhang, J. Yuan, H. Liu, and S. Wu, "Ba-liom: Tightly coupled laser-inertial odometry and mapping with bundle adjustment," *Robotica*, vol. 42, no. 3, pp. 684–700, 2024.

- [33] H. Tang, T. Zhang, L. Wang, M. Yuan, and X. Niu, "Ba-lins: A frame-to-frame bundle adjustment for lidar-inertial navigation," *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2025.
- [34] J. Li, S. Yuan, M. Cao, T.-M. Nguyen, K. Cao, and L. Xie, "Hcto: Optimality-aware lidar inertial odometry with hybrid continuous time optimization for compact wearable mapping system," *ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing*, vol. 211, pp. 228–243, 2024.
- [35] C. Park, P. Moghadam, J. L. Williams, S. Kim, S. Sridharan, and C. Fookes, "Elasticity meets continuous-time: Map-centric dense 3d lidar slam," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 38, no. 2, pp. 978–997, 2021.
- [36] J. Lv, X. Lang, J. Xu, M. Wang, Y. Liu, and X. Zuo, "Continuous-time fixed-lag smoothing for lidar-inertial-camera slam," *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 28, no. 4, pp. 2259–2270, 2023.
- [37] X. Lang, C. Chen, K. Tang, Y. Ma, J. Lv, Y. Liu, and X. Zuo, "Coco-lic: continuous-time tightly-coupled lidar-inertial-camera odometry using non-uniform b-spline," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 8, no. 11, pp. 7074–7081, 2023.
- [38] W. Talbot, J. Nubert, T. Tuna, C. Cadena, F. Dümbsen, J. Tordeillas, T. D. Barfoot, and M. Hutter, "Continuous-time state estimation methods in robotics: A survey," *IEEE Transactions on Robotics*, 2025.
- [39] R. Takemura and G. Ishigami, "Perception-and-energy-aware motion planning for uav using learning-based model under heteroscedastic uncertainty," in *2024 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE, 2024, pp. 10 103–10 109.
- [40] S. Folk, J. Melton, B. W. Margolis, M. Yim, and V. Kumar, "Towards safe and energy-efficient real-time motion planning in windy urban environments," in *2025 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE, 2025, pp. 2787–2793.
- [41] A. G. Taye, "Enhancing safety and energy-efficiency in advanced air mobility through trajectory planning and mission feasibility assessment strategies," Ph.D. dissertation, The George Washington University, 2025.
- [42] A. Niaraki, J. Herrera-Gerena, J. Roghair, and A. Jannesari, "Maximizing aerial detection of organic objects in non-exhaustively searchable survey area," in *Proceedings of the Computer Vision and Pattern Recognition Conference*, 2025, pp. 5482–5490.
- [43] S. Kazemdehbashi and Y. Liu, "An exact coverage path planning algorithm for uav-based search and rescue operations," *arXiv preprint arXiv:2405.11399*, 2024.
- [44] H. Zhang, A. Srikanthan, S. Folk, V. Kumar, and N. Matni, "Why change your controller when you can change your planner: Drag-aware trajectory generation for quadrotor systems," *arXiv preprint arXiv:2401.04960*, 2024.
- [45] M. Nguyen, "3d off-road terrain mapping for autonomous ground vehicle energy-optimal path planning," in *2025 Regional Student Conferences*, 2025, p. 99132.
- [46] G. Sakayori and G. Ishigami, "Energy-aware trajectory planning for planetary rovers," *Advanced Robotics*, vol. 35, no. 21–22, pp. 1302–1316, 2021.
- [47] P. A. Plonski, J. Vander Hook, and V. Isler, "Environment and solar map construction for solar-powered mobile systems," *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 32, no. 1, pp. 70–82, 2016.
- [48] L. Xu, K. Chai, Z. Han, H. Liu, C. Xu, Y. Cao, and F. Gao, "An efficient trajectory planner for car-like robots on uneven terrain," in *2023 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*. IEEE, 2023, pp. 2853–2860.
- [49] Y. Li, K. Chen, Y. Wang, W. Zhang, J. Wang, H. Chen, and Y. Liu, "Real-time multi-level terrain-aware path planning for ground mobile robots in large-scale rough terrains," *IEEE Transactions on Robotics*, 2025.
- [50] K. Weerakoon, A. J. Sathyamoorthy, and D. Manocha, "Terrain-aware autonomous robot navigation in outdoor environments," in *Open Architecture/Open Business Model Net-Centric Systems and Defense Transformation 2023*, vol. 12544. SPIE, 2023, pp. 77–84.
- [51] M. Yoon, T. Yang, C. Lee, H. Son, and S.-E. Yoon, "Analysis of terrain-aware optimal path planning methods for stable off-road navigation," in *2024 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*. IEEE, 2024, pp. 206–210.
- [52] Y. Kim, J. H. Lee, C. Lee, J. Mun, D. Youm, J. Park, and J. Hwangbo, "Learning semantic traversability with egocentric video and automated annotation strategy," *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2024.
- [53] S. Hosseinpour, J. Torresen, M. Mantelli, D. Pitto, M. Kolberg, R. Maffei, and E. Prestes, "Traversability analysis by semantic terrain segmentation for mobile robots," in *2021 IEEE 17th international conference on automation science and engineering (CASE)*. IEEE, 2021, pp. 1407–1413.
- [54] M. Mattamala, J. Frey, P. Libera, N. Chebrolu, G. Martius, C. Cadena, M. Hutter, and M. Fallon, "Wild visual navigation: Fast traversability learning via pre-trained models and online self-supervision," *Autonomous Robots*, vol. 49, no. 3, pp. 1–18, 2025.
- [55] X. Li, L. Xu, X. Huang, D. Xue, Z. Zhang, Z. Han, C. Xu, Y. Cao, and F. Gao, "Seb-naver: A se (2)-based local navigation framework for car-like robots on uneven terrain," *arXiv preprint arXiv:2503.02412*, 2025.
- [56] C. Ji, Z. Zhang, G. Cheng, M. Kong, and R. Li, "A convex optimization method to time-optimal trajectory planning with jerk constraint for industrial robotic manipulators," *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, vol. 21, no. 4, pp. 7629–7646, 2023.
- [57] W. Xu, Q. Wang, and J. M. Dolan, "Autonomous vehicle motion planning via recurrent spline optimization," in *2021 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*. IEEE, 2021, pp. 7730–7736.
- [58] P. Scheffe, T. M. Henneken, M. Kloock, and B. Alrifaa, "Sequential convex programming methods for real-time optimal trajectory planning in autonomous vehicle racing," *IEEE Transactions on Intelligent Vehicles*, vol. 8, no. 1, pp. 661–672, 2022.
- [59] M. Zhao, B. Pan, Y. Ran, and L. Huang, "Nurbs-based sequential convex programming for onboard trajectory optimization," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 60, no. 4, pp. 3807–3821, 2024.

- [60] J. Song, G. Tao, Z. Zang, H. Dong, B. Wang, and J. Gong, "Isolating trajectory tracking from motion control: A model predictive control and robust control framework for unmanned ground vehicles," *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 8, no. 3, pp. 1699–1706, 2023.
- [61] Y. Yang, H. Xu, and X. Yao, "Disturbance rejection event-triggered robust model predictive control for tracking of constrained uncertain robotic manipulators," *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 54, no. 6, pp. 3540–3552, 2023.
- [62] P. Gong, Z. Yan, W. Zhang, and J. Tang, "Lyapunov-based model predictive control trajectory tracking for an autonomous underwater vehicle with external disturbances," *Ocean Engineering*, vol. 232, p. 109010, 2021.
- [63] R. D. McAllister and J. B. Rawlings, "Inherent stochastic robustness of model predictive control to large and infrequent disturbances," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 67, no. 10, pp. 5166–5178, 2021.
- [64] J. Li, X. Xu, J. Liu, K. Cao, S. Yuan, and L. Xie, "Ua-mpc: Uncertainty-aware model predictive control for motorized lidar odometry," *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2025.
- [65] H. Kimura, Y. Fukuoka, and A. H. Cohen, "Adaptive dynamic walking of a quadruped robot on natural ground based on biological concepts," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 26, no. 5, pp. 475–490, 2007.
- [66] J. Y. Wong, *Theory of ground vehicles*. John Wiley & Sons, 2022.
- [67] C. M. Bishop, *Neural networks for pattern recognition*. Oxford university press, 1995.
- [68] C. Dugas, Y. Bengio, F. Bélisle, C. Nadeau, and R. Garcia, "Incorporating second-order functional knowledge for better option pricing," *Advances in neural information processing systems*, vol. 13, 2000.